

# Contribution du cisaillement à la mobilité des tiges ligneuses

Joseph GRIL



Institut Pascal  
UMR CNRS, Univ. Clermont Auvergne, Sigma



PIAF  
UMR INRA, Univ. Clermont Auvergne



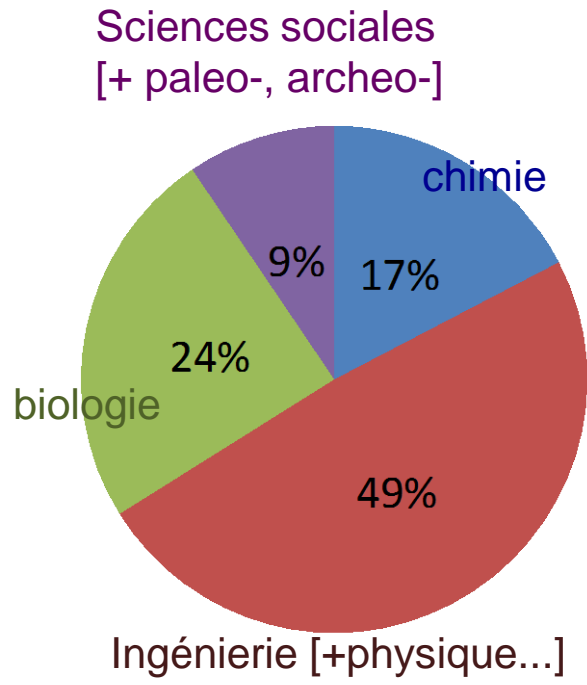
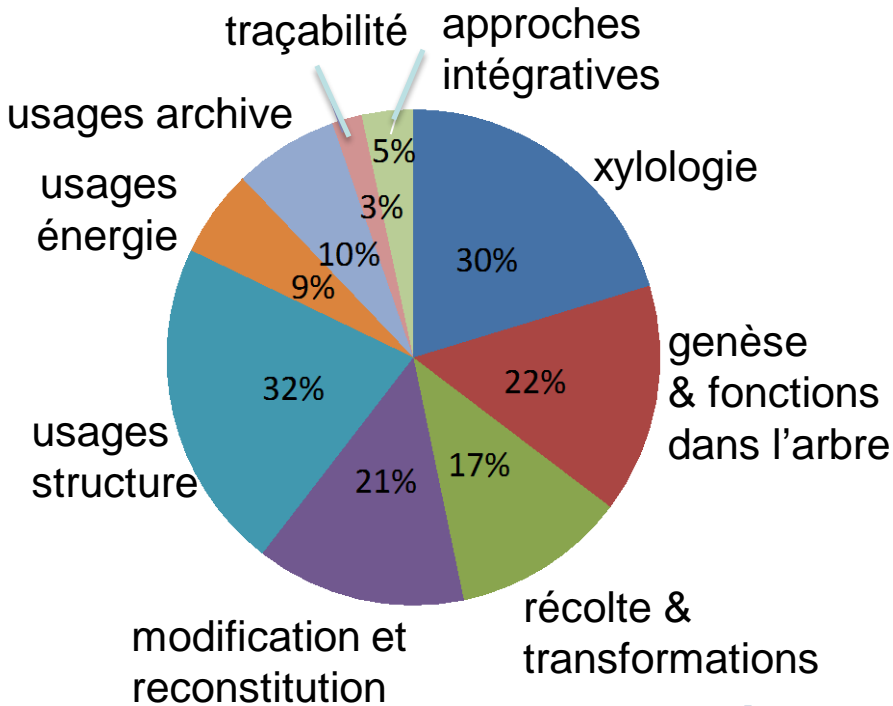


# GDR 3544 Sciences du bois (dir J. Gril)

<http://www6.inra.fr/gdr-sciences-du-bois/>



- Depuis 2012, renouvelé 2016 – soutien récurrent CNRS, Min. Culture & Com., INRA
- Coordination de la recherche et la formation sur le bois en France,
- Promotion des échanges entre groupes de recherche
- Relai des réseaux internationaux (actions COST , IUFRO...)
- Journées annuelles: Montpellier 2012, Paris 2013, Nancy 2014, Clermont-Fd 2015, Bordeaux 2016, Nantes 2017, **Cluny 2018...**
- réunions groupes (imagerie 2016, usinage 2016, *usinage et construction 2018...*)
- Ecoles: débutants Nantes 2014 et 2016 – **méca rupture 2017 - microscopie Limoges 2018**, - thématique 'PLURIBOIS' Egletons 2015, Mont-de-Marsan 2017 & **Nice 2019**

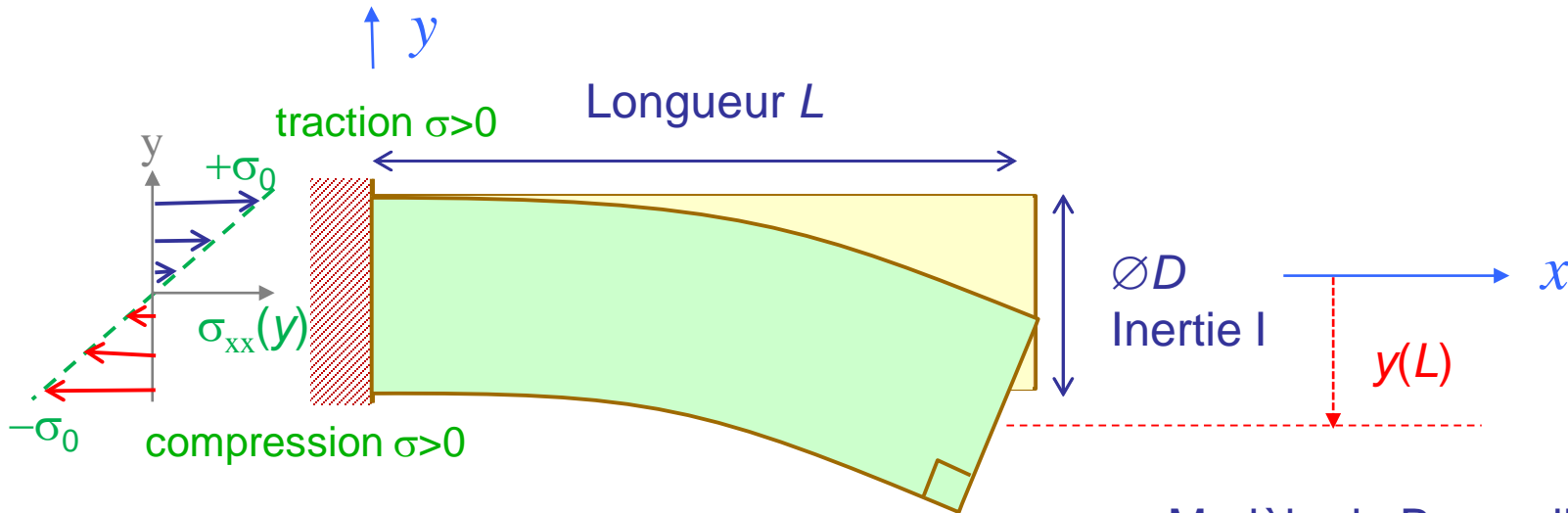


1/2016  
basé sur 715  
données de la  
liste de  
diffusion

**Axes thématiques et domaines disciplinaires**

- **La mobilité des tiges** des arbres résulte des sollicitations mécaniques auxquelles elles sont soumises :
  - quasi-instantanées: vent, chocs ...
  - transitoires: fruits, neige ...
  - permanentes: gravité, maturation cellulaire ...
- Les tiges étant des structures élancées, leur comportement peut être décrit par la **théorie des poutres**, en tenant compte (pour les actions permanentes voire transitoires) de leur mise en place progressive ce qui a 2 conséquences :
  - A un instant donné, un supplément de charge (résultant de la croissance ou autre cause) est assumé par l'ensemble de la tige actuelle
  - Un bois donné n'est chargé que depuis qu'il existe

- poutre horizontale encastrée, soumise (brusquement) à la gravité  
→ *effet du moment fléchissant uniquement*



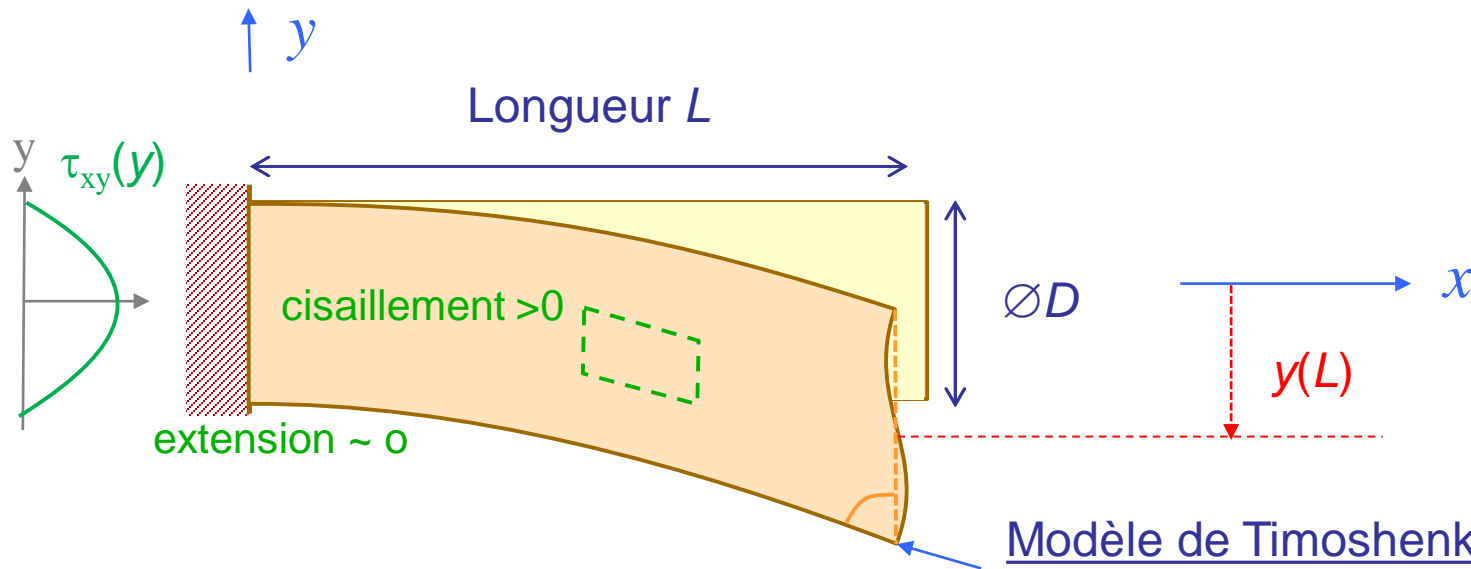
Modèle de Bernouilli :  
une section plane reste une section plane c-à-d orthogonal à la 'fibre neutre' qui ne change pas de longueur

$$\frac{\sigma_0}{D/2} = \frac{M}{I} = \frac{\rho g V \cdot (L/2)}{I} \rightarrow \sigma_0 = \frac{4\rho g L^2}{D}$$

$$y''(x) = \frac{M}{EI} \rightarrow y(x) = -\frac{8\rho g}{E \cdot D^2} \frac{x^4 - 4Lx^3 + 6L^2x^2}{12} \rightarrow y^M(L) = -\frac{2\rho g L^4}{E \cdot D^2}$$



→ Contribution supplémentaire de l'effort tranchant



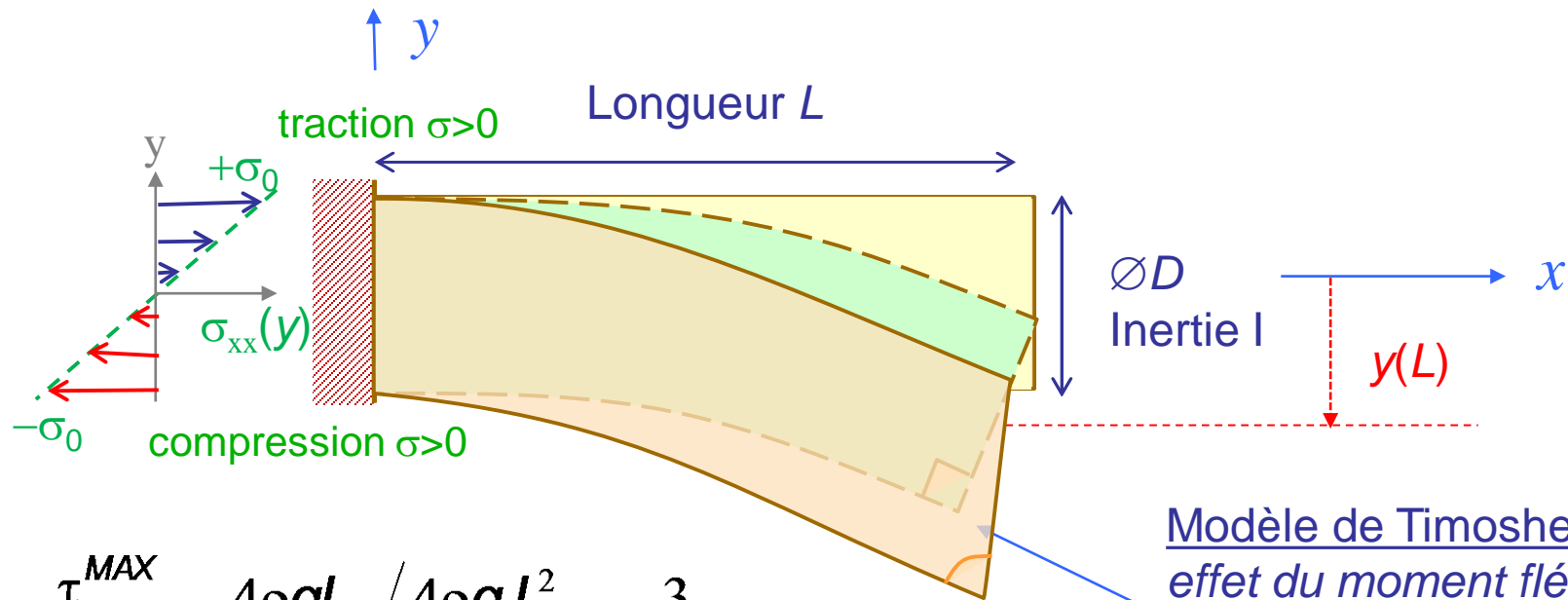
Modèle de Timoshenko:  
cisaillement additionnel de la section = les fibres glissent les unes sur les autres sans changer de longueur

$$\tau_{xy}(y) = -\frac{T \cdot b(y)^2}{12I} = -\frac{4\rho g}{3} L \left[ 1 - \left( \frac{y}{D/2} \right)^2 \right]$$

$$y'(x) = -\frac{8\rho g}{9G} (L-x) \rightarrow y(x) = -\frac{8\rho g}{9G} \left( Lx - \frac{x^2}{2} \right) \rightarrow y^T(L) = -\frac{4\rho g}{9G} L^2$$



→ effets combinés du moment fléchissant et du cisaillement

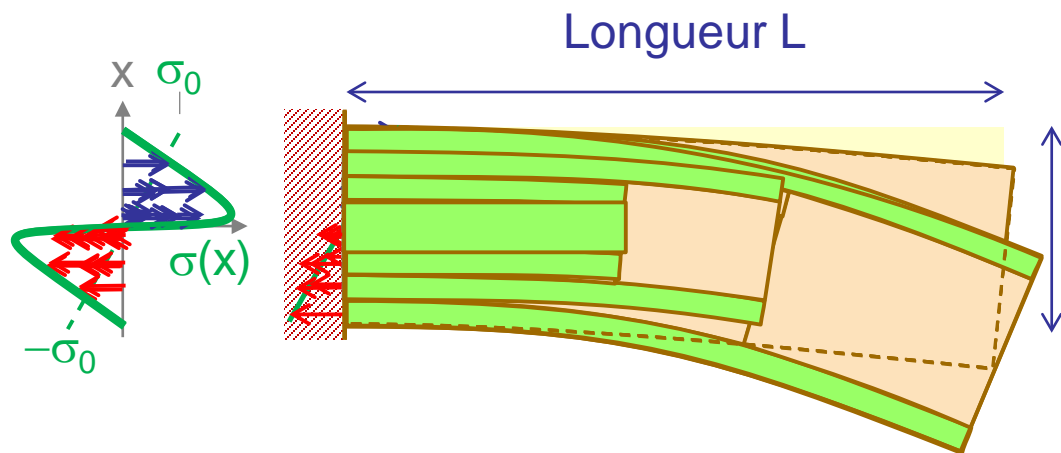


Modèle de Timoshenko:  
effet du moment fléchissant  
(courbure) + de l'effort  
tranchant (glissement)

$$\frac{\tau_{xy}^{MAX}}{\sigma_{xx}^{MAX}} = \frac{4\rho g L}{3} \bigg/ \frac{4\rho g L^2}{D} = \frac{3}{L/D}$$

$$y(L) = y^M(L) + y^T(L) \quad ; \quad \frac{y^T(L)}{y^M(L)} = \frac{2}{9} \frac{E/G}{(L/D)^2}$$





Tige encastree,  
soumise à la gravité

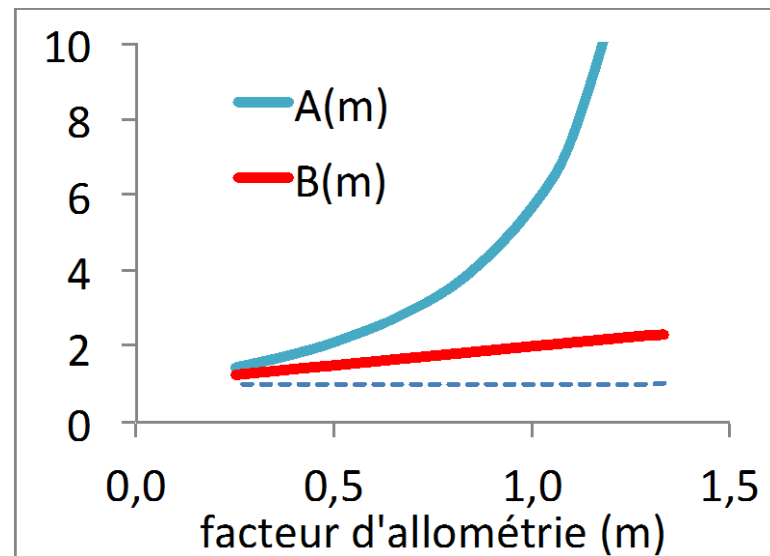
Pour une tige en croissance, avec allométrie constante  $D \propto L^m$  :

Contribution du moment fléchissant:

$$y^M(L) = -\frac{2\rho g L^4}{E \cdot D^2} A(m)$$

Contribution de l'effort tranchant:

$$y^T(L) = -\frac{4\rho g L^2}{9G} B(m)$$



La croissance amplifie la dominance du moment fléchissant

## CONCLUSION

- La contribution relative de l'effort tranchant dans une tige horizontale cylindrique croissant passivement et soumise à la gravité est donnée par :

$$\frac{y^T(L)}{y^M(L)} = \frac{2}{9} \frac{E/G}{(L/D)^2} \frac{B(m)}{A(m)} \quad (D \propto L^m)$$

- Malgré la forte anisotropie du bois ( $E/G \sim 10-20$ ) la contribution du cisaillement à la mobilité des tiges est a priori négligeable:
  - Elancement  $L/D \gg 1$
  - Effet de la croissance  $A/B > 1$  (augmente avec  $m$ )

*L'anisotropie  $E/G$  est toutefois susceptible d'augmenter considérablement sous l'effet du temps, de la température...*





*soumission poster/flashtalk*  
**15 mai 2018**

<https://www.plantbiomech2018.com/>

Prochaines **Journées Annuelles** du GDR Bois :  
Abbaye de Cluny, 20-22 novembre 2018

<http://www6.inra.fr/gdr-sciences-du-bois/>

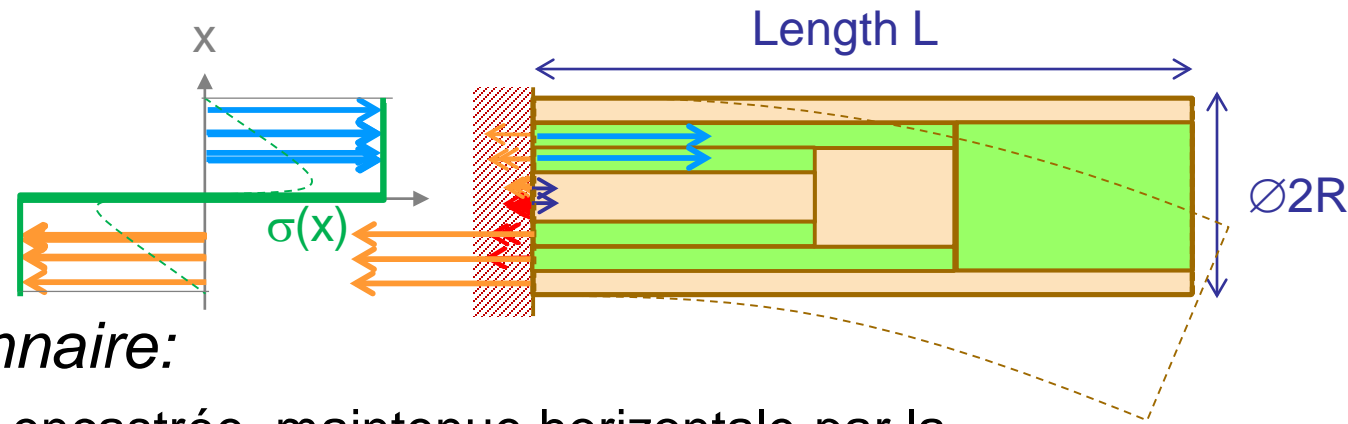


Ecole thématique **PLURIBOIS 3**:

« Les bois et leurs usages : approches pluridisciplinaires des actions de la température et de leurs effets sur le bois »

Nice, 1 semaine entre avril et juin 2019





## *Croissance stationnaire:*

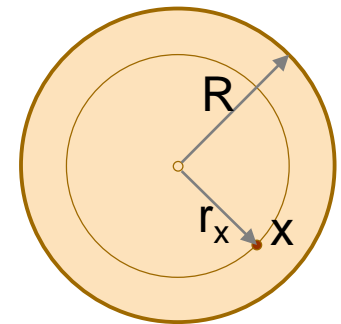
- Tige horizontale et encastree, maintenue horizontale par la contrainte de maturation

## *Contrainte de maturation nulle en moyenne (ex. résineux)*

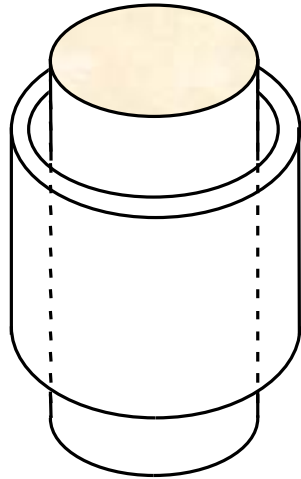
- A chaque incrément de charge, la flexion induite par la couche en maturation compense exactement le poids additionnel

→ **contrainte totale = contrainte de maturation ( $\sigma_0$ )**

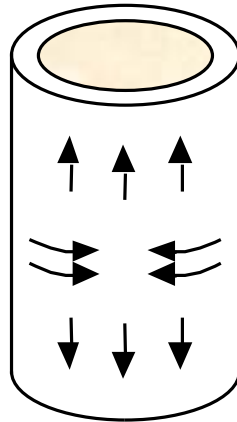
$$\frac{\partial \sigma}{\partial R}(x, R) = 0 \Rightarrow \sigma(x, R) = \sigma(x, r_x) + \int_{r_x}^R \frac{\partial \sigma}{\partial R} dR = \sigma_0(x)$$



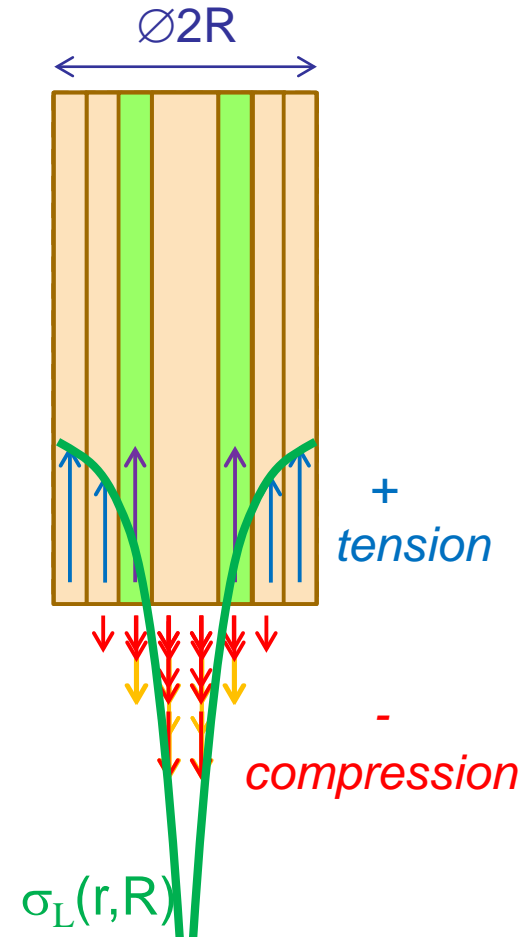
- A chaque dépôt de bois, la tension du nouveau bois est équilibrée par de la compression répartie sur toute la section :



déformation  
de maturation  
empêchée

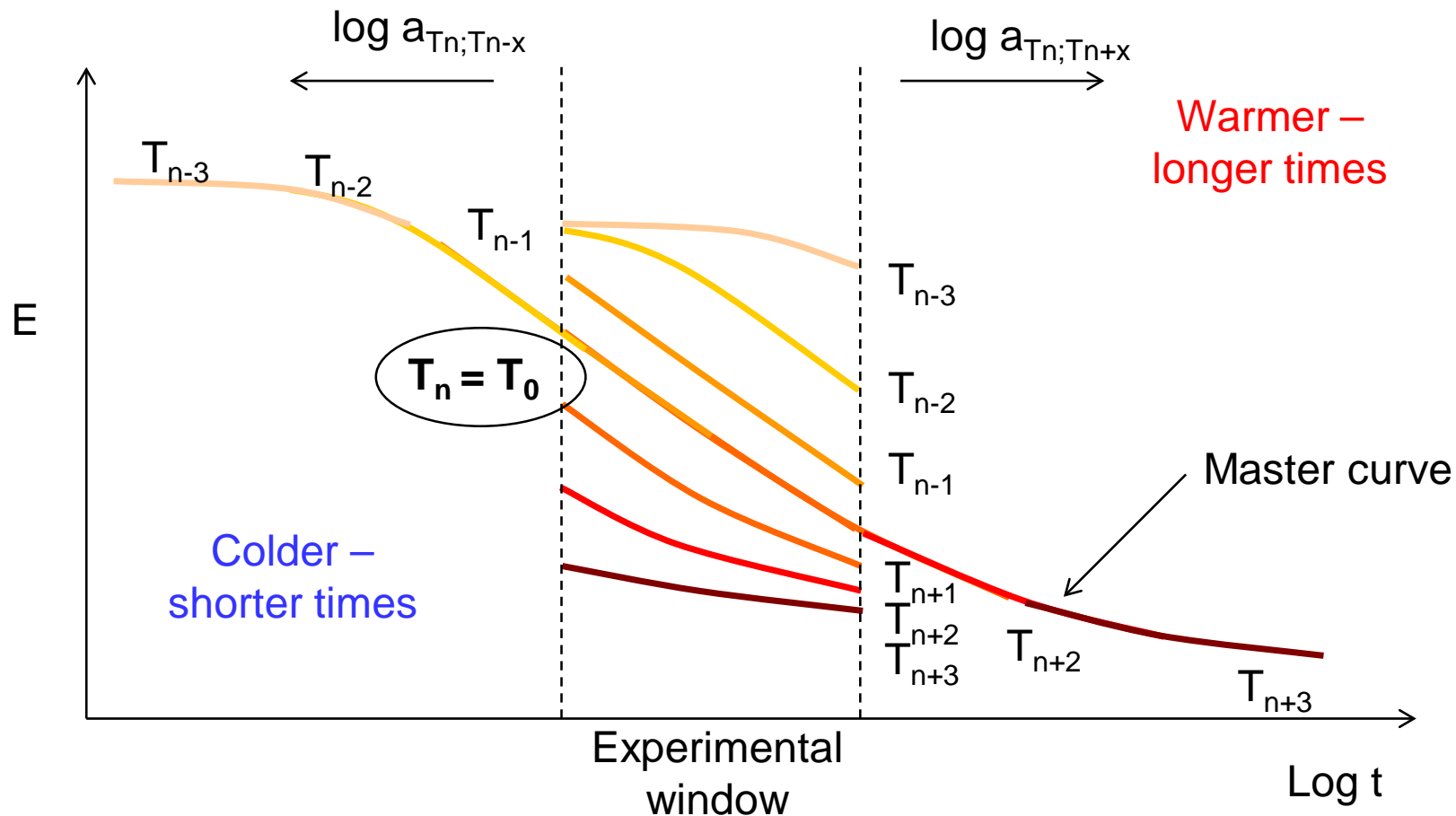


contrainte de  
maturation  
induite dans le  
nouveau bois





Assumption: temperature affects the creep kinetics





- Arrhenius law (secondary relaxation in amorphous or relaxations in semi-crystalline polymers):

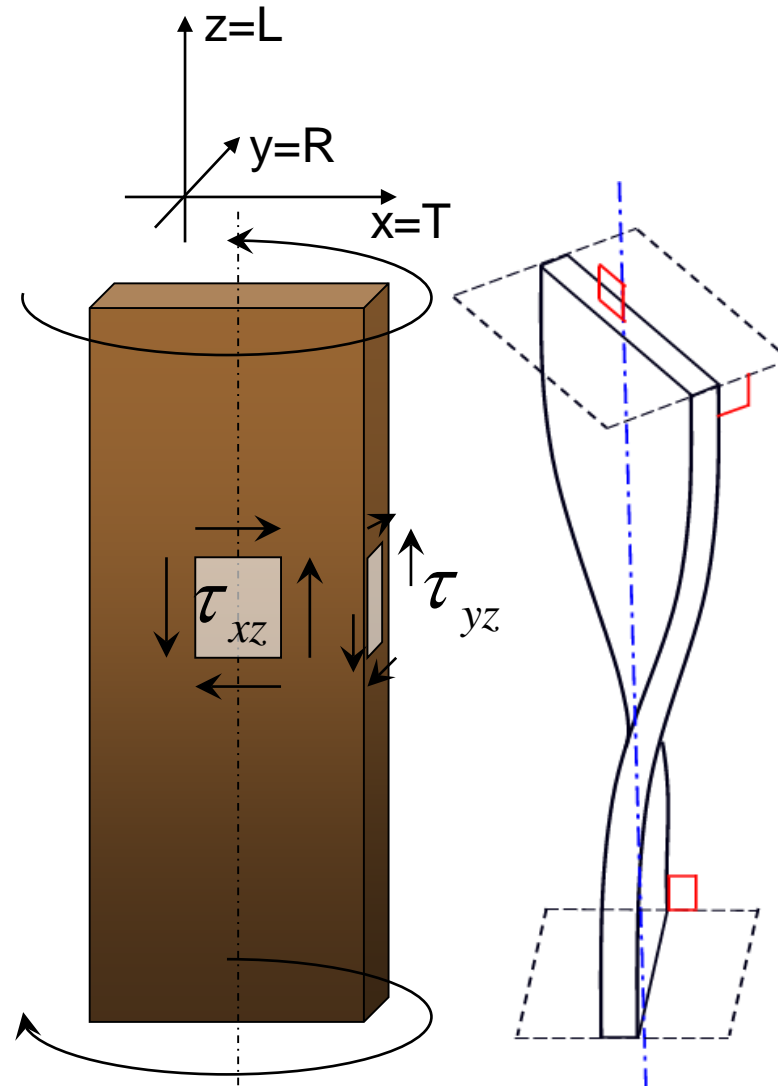
$$\log a_T = \frac{W_0}{\ln(10) \cdot R} \cdot \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)$$

– W: activation energy

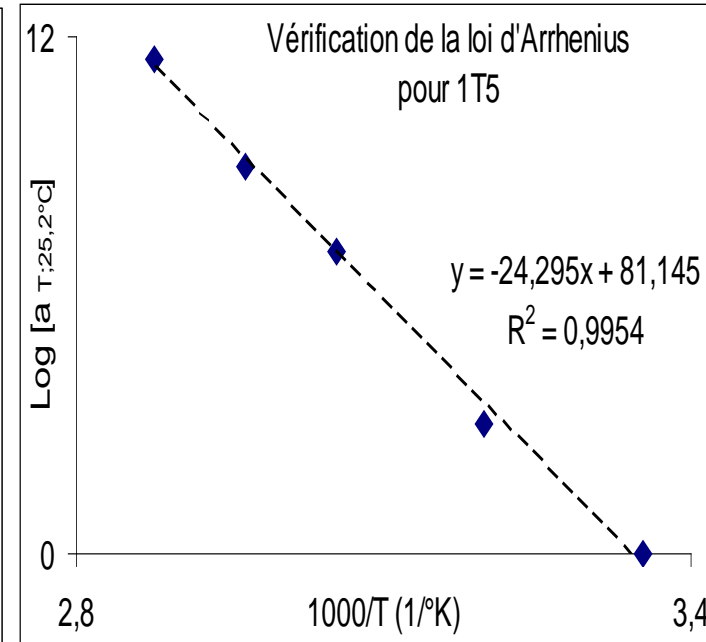
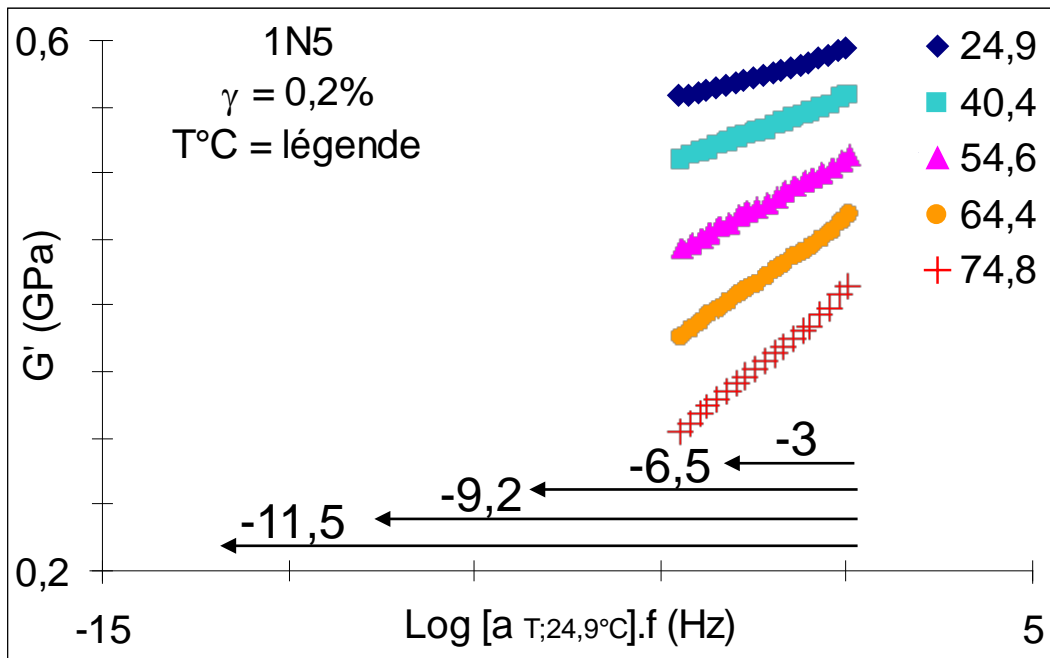
- William-Landel-Ferry (WLF) applicable to glass-rubber transition of amorphous polymers:

$$\log a_T = - \frac{C_1(T - T_0)}{\ln 10 \cdot (C_2 + T - T_0)}$$

- torsion of rectangular plates  $\rightarrow$  ~ pure shear
- $L=40 \times R=0.8 \times T=10$  mm<sup>3</sup>, cut by water jet
- water bath with temperature control
- 10h procedure, 5 temperature steps (25, 40, 55, 65, 75°C) frequency  $10 \sim 10^{-3}$  Hz



$$\ln(a_{T/T_0}) = \frac{W}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)$$



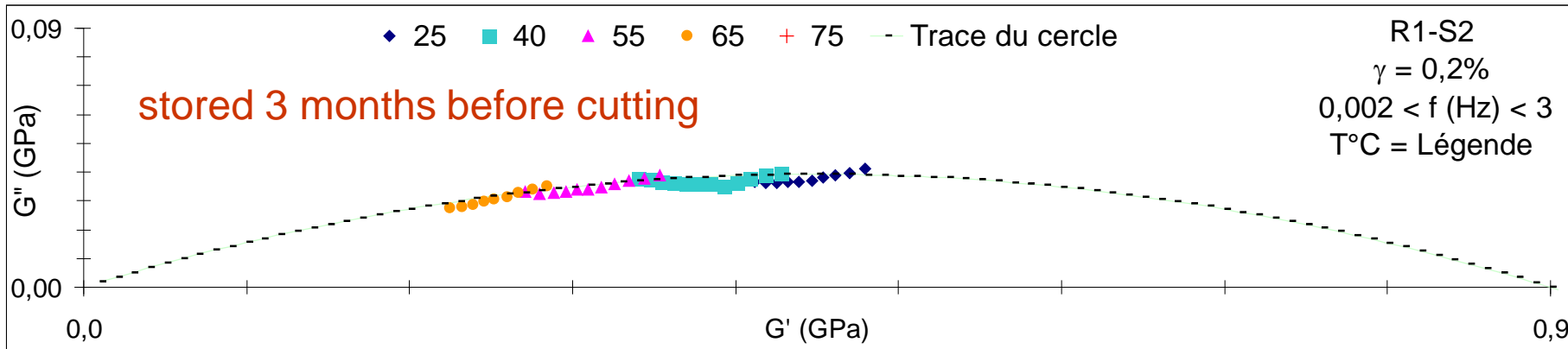
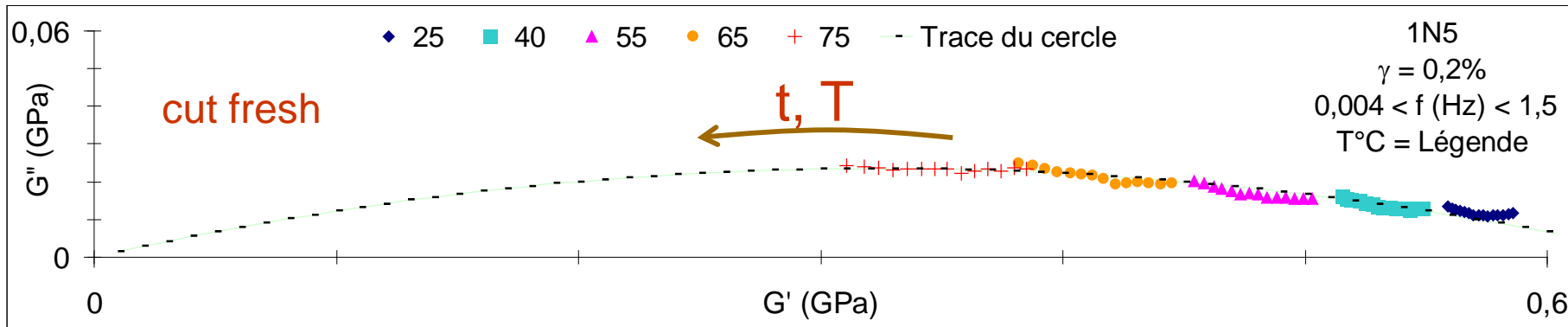
- correct linkage of values and slopes
- activation energy can be calculated ( $W=400\sim 520$  kJ/mol/°K)

# Green wood rheology – LT shear

## Complex plot of shear rigidity

Cagsis - 27-29 mars 2018

Clermont-Ferrand, France



- In the complex plot, individual curves connect consistently
- A portion of circle fitted to the curves goes through (0,0) for most species
- storage in water influences the behaviour
- no clear difference between normal/tension wood

